

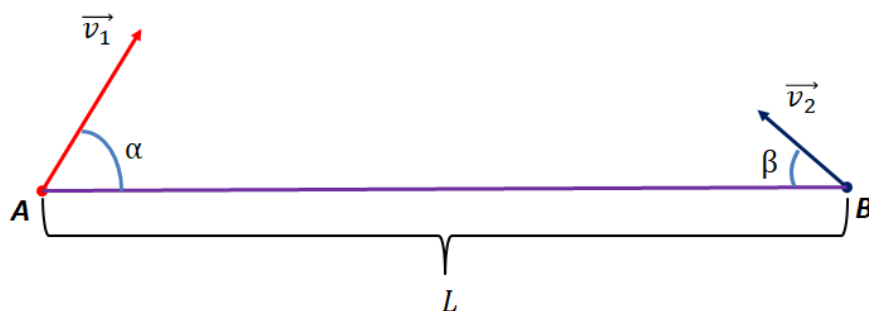
**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике
2023-2024 гг.**

11 класс

Решения и критерии

Задание 1. Кукурузное поле 2

Заяц и Волк находятся в непроглядном кукурузном поле в точках A и B соответственно. Расстояние между точками $L = 15$ км. Заяц и Волк начинают одновременно бежать со скоростями $v_1 = 4$ м/с и $v_2 = 3$ м/с соответственно. Направление движения Зайца составляет угол $\alpha = 45^\circ$ к отрезку AB , Волка – угол $\beta = 30^\circ$ к отрезку AB . Волк может учуять Зайца, если тот находится не дальше $R = 3$ км от Волка. Сможет ли Волк уловить запах Зайца в процессе движения? Считайте, что Волк и Заяц двигаются по одну сторону от прямой AB (см. рисунок)



Возможное решение

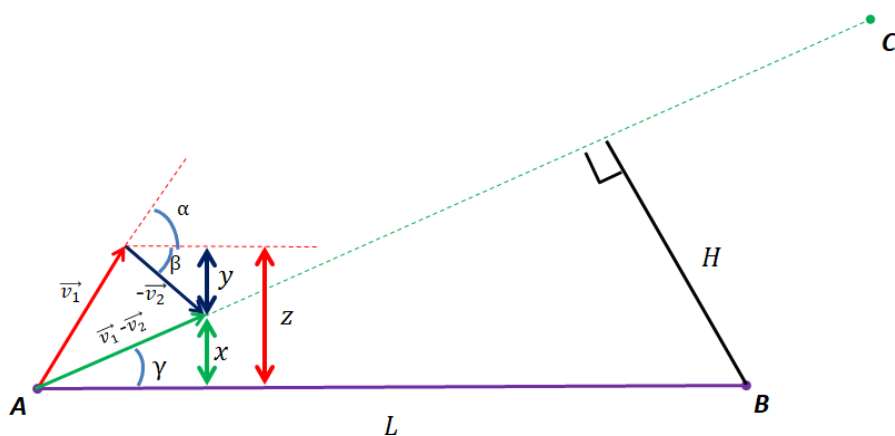
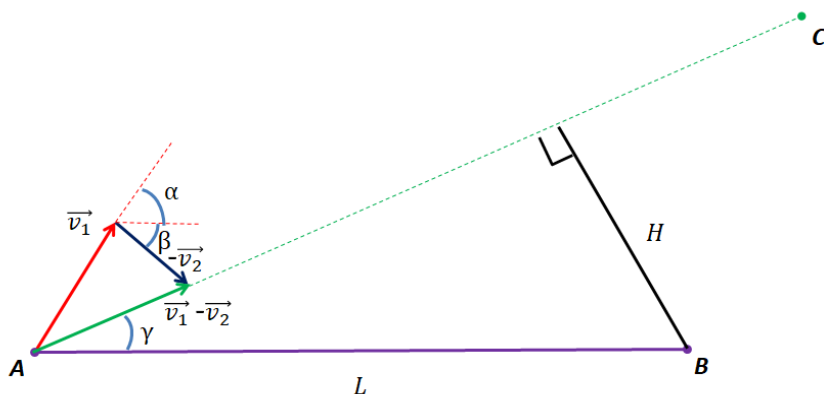
Перейдем в систему отсчёта, связанную с Волком. В этой СО Волк покоится в начальной точке B , а Заяц бежит со скоростью $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ мимо него по прямой AC , под углом γ к прямой AB . Таким образом, кратчайшее расстояние – перпендикуляр H от точки B до прямой AC — есть минимальное расстояние, которое будет между Зайцем и Волком в процессе движения (см. рисунок).

Это расстояние можно выразить через синус угла γ :

$$H = L \cdot \sin(\gamma)$$

Теперь нужно найти $\sin(\gamma)$. На рисунке ниже введем расстояния x, y, z . Очевидно, что:

$$\sin(\gamma) = \frac{x}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|}$$



В свою очередь $x = z - y$, где $z = v_1 \sin(\alpha)$, $y = v_2 \sin(\beta)$

Из треугольника векторов по теореме косинусов найдем:

$$|\vec{v}_1 - \vec{v}_2| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(\alpha + \beta)}$$

Получаем, что кратчайшее расстояние:

$$H = \frac{v_1 \sin(\alpha) - v_2 \sin(\beta)}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(\alpha + \beta)}} * L \approx 3.57 \text{ км}$$

Оно больше, чем расстояние $R = 3$ км, на котором Волк может учуять Зайца, поэтому Заяц останется незамеченным.

Критерии оценивания:

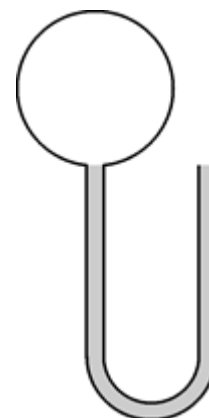
- 1) Осуществлен переход в СО волка, и задача сведена к нахождению кратчайшего расстояния H от точки до прямой — 4 балла.
- 2) Правильно найден $\sin(\gamma)$ — 4 балла.

- 3) Получено верное численное выражение для кратчайшего расстояния H , правильно сравнено с радиусом обоняния волка R и получен ответ к задаче — 2 балла.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 2. Сосуд с трубкой

Школьник Дима помогал разбирать старое оборудование в химической школьной лаборатории и обнаружил стеклянный прибор, состоящий из шарообразного сосуда объемом $V_0 = 10$ л, к которому присоединена U-образная трубка круглого сечения диаметром $d = 2$ см (см. рисунок). Дима наполнил U-образную трубку водой до краев и подсоединил ее к сосуду, в котором находится воздух при комнатной температуре $T_0 = 20$ °С и атмосферном давлении $P_a = 10^5$ Па. После этого Дима нагрел воздух в сосуде до температуры $T = 30$ °С, и часть воды вытекла из трубки. Определите разность уровней воды в трубке после того, как воздух в сосуде остыл до комнатной температуры. Плотность воды равна $\rho = 1000$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Капиллярные эффекты не учитывать.



Возможное решение

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для воздуха в сосуде для трех состояний: до нагрева, после нагрева, после остывания:

$$P_a V_0 = \nu R T_0, (P_a + \rho g h)(V_0 + hS) = \nu R T, P(V_0 + xS) = \nu R T_0$$

Во втором уравнении учтено, что из трубки вылился столбик высотой h , поэтому объем воздуха увеличился на hS , а давление воздуха (в силу закона Паскаля) должно возрасти на $\rho g h$. При этом $S = \pi d^2/4 = 3,14$ см².

В третьем уравнении учтено, что при охлаждении до комнатной температуры столбик воды в левом колене трубки не обязательно должен вернуться в исходное положение, а может расположиться на расстоянии x ниже.

Выразим νR из 1-го уравнения и подставим во второе:

$$\rho g S h^2 + h(\rho g V_0 + P_a S) + P_a V_0(1 - T/T_0) = 0$$

Данное квадратное уравнение относительно h имеет решение:

$$h = -(V_0/S + P_a/\rho g)/2 + \sqrt{(V_0/S + P_a/\rho g)^2/4 + P_a V_0(T/T_0 - 1)/(\rho g S)} = -20,92 + 21,18 \text{ м} = 26 \text{ см.}$$

Суммарная длина столба воды в трубке уменьшилась на величину h . Если после охлаждения до первоначальной температуры левый столбик расположен на расстоянии x ниже от своего изначального положения, то разность уровней воды в трубке будет равна $\Delta h = h - 2x$. При этом давление в сосуде, согласно закону Паскаля, будет равно $P = P_a - \rho g \Delta h$. Подставим это выражение, а также выражение для x в 3-е уравнение и получим квадратное уравнение относительно Δh :

$$\Delta h^2 - \Delta h(2V_0/S + h + P_a/(\rho g)) + P_a h/(\rho g) = 0$$

Решая квадратное уравнение, получаем:

$$\Delta h = V_0/S + h/2 + P_a/(2\rho g) - \sqrt{(V_0/S + h/2 + P_a/(2\rho g))^2 - P_a h/(\rho g)} = 36,98 - 36,91 \text{ м} = 7 \text{ см.}$$

В этой задаче верным ответом следует считать значение из диапазона [6; 8] см.

Критерии оценивания:

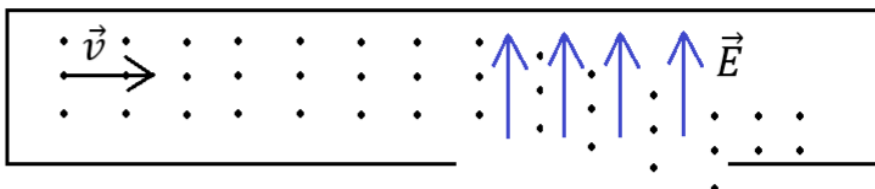
- 1) Верно записано уравнение Менделеева-Клапейрона для каждого из трех состояний — 3 балла.
- 2) Записано верное выражение или получен верный численный ответ для разности уровней воды в трубке после нагревания воздуха — 3 балла.
- 3) Учтено, что после охлаждения левый столбик воды не возвращается в исходное положение — 1 балл.
- 4) Получен верный ответ для разности уровней воды в трубке после охлаждения воздуха — 3 балла. Если допущена арифметическая ошибка при расчетах — 2 балла.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 3. Обогащение урана

Для обогащения урана (увеличения процентного содержания изотопа урана ^{235}U) используют ионы гексафторида UF_6^- , так как эти ионы могут находиться в газообразном состоянии. Предположим, что установка для обогащения урана выглядит следующим образом. Ионы UF_6^- летят с некоторой постоянной скоростью по трубе квадратного сечения. В некотором участке

трубы существует отверстие, из которого могут вылетать ионы (см. рисунок). В этот участок с отверстием подается постоянное электрическое поле. Считайте, что часть ионов обеих сортов продолжают лететь вдоль трубы после прохождения отверстия. Начальное процентное содержание ионов $^{238}\text{UF}_6^-$ равно $\alpha = 99\%$, а ионов $^{235}\text{UF}_6^-$ - $1 - \alpha = 1\%$. Найдите процентное содержание ионов $^{238}\text{UF}_6^-$, вылетающих из отверстия. Молярная масса атомарного фтора составляет 19 г/моль.



Возможное решение

Найдем молярные массы ионов гексафторидов:

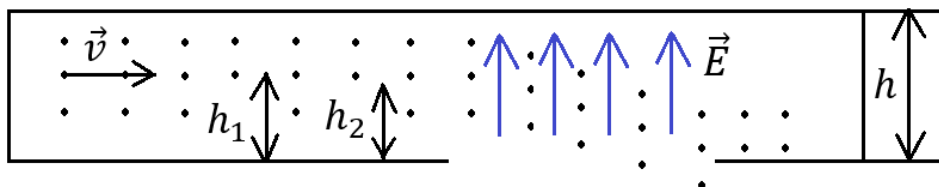
$$M_1 = 235 + 6 \cdot 19 = 349 \frac{\text{г}}{\text{моль}} - \text{для } ^{235}\text{UF}_6^-$$

$$M_2 = 238 + 6 \cdot 19 = 352 \frac{\text{г}}{\text{моль}} - \text{для } ^{238}\text{UF}_6^-$$

В области отверстия движение можно разбить на две составляющие: горизонтальную и вертикальную. По горизонтали все ионы будут двигаться с одинаковой скоростью v и пройдут длину l отверстия за время $t = \frac{l}{v}$.

По вертикали на ионы будет действовать постоянная сила со стороны электрического поля напряженностью E . При этом частицы будут двигаться с ускорениями, зависящими от масс частиц: $a = \frac{Eq}{m}$.

Так как масса ионов $^{235}\text{UF}_6^-$ меньше, то их ускорение будет больше. Следовательно, эти ионы смогут попадать в отверстие с большей высоты h_1 (см. рисунок).



Начальная вертикальная скорость ионов двух сортов будет равна нулю, следовательно, в отверстие смогут попасть частицы с высоты h_1 и h_2 , которые находятся по следующим формулам:

$$h_1 = \frac{a_1 t^2}{2} = \frac{Eq l^2}{2m_1 v^2} = \frac{Eq l^2 N_A}{2M_1 v^2},$$

где $m_1 = \frac{M_1}{N_A}$ – масса одного иона $^{235}\text{UF}_6^-$, N_A – число Авогадро.

Аналогично можно найти высоту h_2 :

$$h_2 = \frac{Eq l^2 N_A}{2M_2 v^2}$$

Предположим, что за единицу времени в трубе всего пролетает N ионов. Тогда через отверстие пролетит $N_1 = \frac{h_1}{h} (1 - \alpha) N$ ионов $^{235}\text{UF}_6^-$ и $N_2 = \frac{h_2}{h} \alpha N$ ионов $^{238}\text{UF}_6^-$.

В итоге процентное содержание ионов $^{235}\text{UF}_6^-$ в отверстии будет равно:

$$\alpha' = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \cdot 100\% = \alpha' = \frac{\alpha M_1}{\alpha M_1 + (1 - \alpha) M_2} \cdot 100\% = 98,991\%.$$

Примечание. Для существенного обогащения урана необходимо проводить очень много подобных итераций.

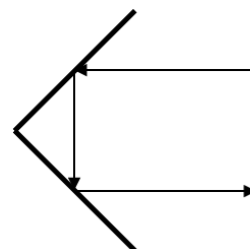
Критерии оценивания:

- 1) Найдены молярные массы обоих ионов — 1 балл.
- 2) Найдено время пролета через отверстие — 1 балл.
- 3) Найдены высоты h_1 и h_2 — 3 балла.
- 4) Получены верные формулы для числа ионов N_1 и N_2 — 2 балла.
- 5) Получено верное выражение для процентного содержания α' — 2 балла.
- 6) Найдено численное значение для α' (должно отличаться от α) — 1 балл.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 4. Угловой отражатель

Угловым отражателем называется система из двух плоских зеркал, закрепленных под углом 90° друг к другу (см. рисунок). Особенностью такой системы зеркал является то, что луч света, попавший на одно из зеркал под любым углом, после двух отражений выйдет обратно в том же самом направлении. На заводе по изготовлению таких



уголковых отражателей на линии производства произошёл брак, так что угол между зеркалами стал чуть больше и стал отличаться от 90° на небольшую величину $\Delta\varphi$.

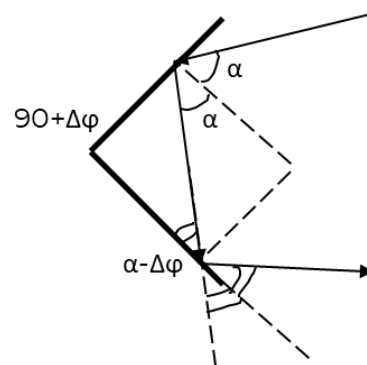
Насколько теперь будет отклоняться луч света, попавший в уголкового отражатель?

Будут ли такие углы, под которыми свет, попадая в уголкового отражатель, не будет возвращаться назад?

Возможное решение

Запустим луч света на верхнее зеркало под углом падения α . Проследим отражение этого луча от обоих зеркал, используя закон отражения (см. рисунок).

Суммарный угол отклонения луча света относительно направления падающего луча будет равен $2(90^\circ - \alpha) + 2(\alpha - \Delta\varphi) = 180^\circ - 2\Delta\varphi$. Поэтому луч света теперь будет не возвращаться в строго обратном направлении, а будет отклоняться на угол $2\Delta\varphi$ независимо от исходного направления падающего луча.



Некоторые лучи, отразившись от первого зеркала, могут не попасть на второе зеркало, т.е. такой луч света не будет возвращаться назад. Это произойдет, если угол $\alpha - \Delta\varphi \leq 0$, т.е. при $\alpha \leq \Delta\varphi$.

Критерии оценивания:

Приведена верная схема отражения лучей — 2 балла.

Применен закон отражения — 1 балл.

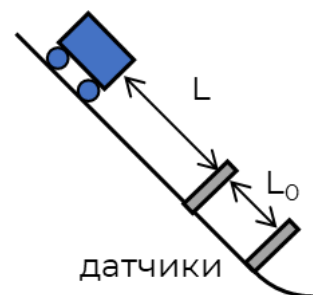
Верно определен суммарный угол отклонения луча в уголкового отражателе — 4 балла.

Верно указан диапазон углов падения, при котором луч не будет возвращаться в обратную сторону, — 3 балла.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Задание 5. Скатывание с горки

Юный экспериментатор Миша проводил опыты по изучению законов механики. Во дворе на игровой площадке он разместил внизу гладкой горки два датчика перемещения (см. рисунок). Каждый датчик состоит из двух частей: первая — инфракрасный излучатель, вторая — детектор. Датчик срабатывает, как только на детектор перестает попадать луч от источника, т.е. когда луч закрывается некоторым объектом. Оба датчика синхронизированы по времени, т.е. в каждом из них ведется счет времени, и они всегда «показывают» одно и то же время. Когда срабатывает датчик, на его табло загорается этот момент времени. Миша запускал игрушечную машинку с горки с нулевой начальной скоростью каждый раз с разных точек на расстоянии L (вдоль горки) от верхнего датчика и аккуратно записывал в таблицу моменты времени t_1 и t_2 , когда срабатывали датчики. Расстояние между датчиками равно $L_0 = 20$ см.



L , см	t_1 , с	t_2 , с	L , см	t_1 , с	t_2 , с
10	10,101	10,224	60	121,003	121,067
20	50,264	50,363	70	162,048	162,108
30	93,214	93,299	80	205,650	205,706
40	135,098	135,174	90	248,103	248,156
50	177,663	177,732	100	295,625	295,676

Определите угол наклона горки относительно горизонта. Ускорение свободного падения равно 10 м/с². Сопротивлением воздуха и трением качения пренебречь.

Возможное решение

Обозначим Δt_1 – время, необходимое для того, чтобы машинка, стартовав с начальной скоростью, докатилась до первого датчика, Δt_2 — время, необходимое для того, чтобы машинка, стартовав с начальной скоростью, докатилась до второго датчика. Как следует из простых кинематических соображений,

$$L = g \sin \alpha \cdot \Delta t_1^2 / 2,$$

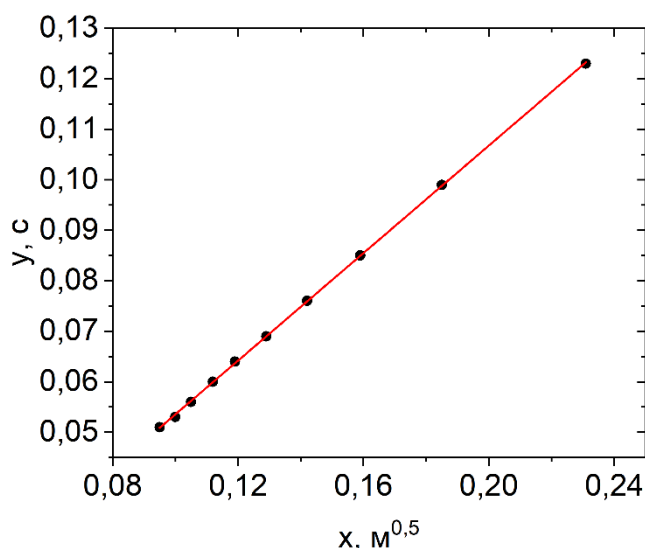
$$L + L_0 = g \sin \alpha \cdot \Delta t_2^2 / 2.$$

Поскольку момент времени, когда машинка начинает съезжать с горки, никак не фиксирован, то из экспериментальных данных можно получить только интервал времени между двумя последовательными срабатываниями датчиков $\Delta t = t_2 - t_1 = \Delta t_2 - \Delta t_1$. Определим Δt из кинематических выражений:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \sqrt{2 / (g \sin \alpha)} \cdot (\sqrt{L+L_0} - \sqrt{L})$$

Если обозначить Δt через y , а $\sqrt{L+L_0} - \sqrt{L}$ через x , то получится линейная зависимость $y = \sqrt{2/(g \sin \alpha)} \cdot x$, график которой — прямая линии, проходящая через начало координат, с коэффициентом наклона $k = \sqrt{2/(g \sin \alpha)}$. Рассчитаем по табличным данным значение величин x и y , построим график $y(x)$ и определим его коэффициент наклона.

$x = \sqrt{L+L_0} - \sqrt{L},$ $\sqrt{м}$	$y = t_2 - t_1, с$	$x = \sqrt{L+L_0} - \sqrt{L},$ $\sqrt{м}$	$y = t_2 - t_1, с$
0,231	0,123	0,119	0,064
0,185	0,099	0,112	0,060
0,159	0,085	0,105	0,056
0,142	0,076	0,100	0,053
0,129	0,069	0,095	0,051



Коэффициент наклона равен $k = \sqrt{2/(g \sin \alpha)} = 0,53 \pm 0,01 \text{ с}/\sqrt{м}$.

Следовательно, синус угла наклона горки равен $\sin \alpha = 2 / (g k^2) = 0,712 \pm 0,030$, откуда угол равен $\alpha = 45 \pm 2^\circ$.

В качестве верного ответа следует считать значение из диапазона $[43^\circ; 47^\circ]$.

Критерии оценивания:

- 1) Верно использован закон изменения координаты при равноускоренном движении — 1 балл.
- 2) Получено верное выражение, связывающее между собой три измеряемые величины, — 2 балла.
- 3) Верно проведена линеаризация зависимости — 2 балла.

- 4) Представлены расчетные значения x и y — 1 балл.
- 5) Построен график зависимости — 2 балла.
- 6) Верно определен коэффициент наклона графика — 1 балл.
- 7) Верно определено значение угла наклона горки или синуса этого угла — 1 балл.

Если значение угла наклона определялось посредством расчета по выведенной зависимости, а не по графику, то за п. 5 баллы не выставляются, а за все остальные пункты — выставляются.

Максимальный балл за задание: 10 баллов.

Максимальный балл за олимпиаду: 50 баллов.